

Code	A004
Intitulé	Instabilité des structures
Responsable	K. Ferradi
Équipe enseignante	K. Ferradi
Durée	5 séances de 3 h
Évaluation	-

PRÉSENTATION

Les calculs de résistance des structures sont usuellement menés avec la théorie linéaire au 1^{er} ordre pour plusieurs raisons d'ordre pratique :

- Le calcul direct des états de la structure est obtenu par résolution de systèmes linéaires, pour lesquels les méthodes numériques sont très performantes ;
- Le cumul de différents états est obtenu par simple sommation des états élémentaires ;
- Cette théorie permet de garantir l'existence et l'unicité de la solution.

Les hypothèses qui permettent ces simplifications considérables sont de deux natures :

- Mécaniques - comportement linéaire de tous les matériaux
- Géométriques – hypothèses des petites déformations ou petits déplacements.

Les théories sur la stabilité étudient les conditions dans lesquelles les hypothèses de linéarité ne sont plus valables.

Les phénomènes d'instabilité concernent principalement les éléments comprimés fortement élancés, les plaques et les coques minces. Leur compréhension est aujourd'hui nécessaire pour comprendre les évolutions de la réglementation dans le domaine du calcul des structures.

Le cours est complété par une séance de travaux dirigés.

OBJECTIFS

Il s'agit d'un cours d'initiation qui a pour but de comprendre les phénomènes et d'en aborder les applications dans le domaine du génie civil.

CONTENU

1) Rappels de mécanique rationnelle

- Généralités
- Définition d'une position d'équilibre - Postulat de la statique - Forces conservatives - Condition suffisante d'équilibre - Condition suffisante d'équilibre sans recours au postulat de la statique - Caractère non nécessaire des conditions suffisantes
- Stabilité d'une position d'équilibre
- Définition de la stabilité - Lemme préalable - Théorème de Lejeune-Dirichlet - Caractère non nécessaire de la condition suffisante - Importance du potentiel

2) Étude de la colonne d'Euler

- Chargement centré
 - Définition de la colonne d'Euler - Solution classique de l'élasticité linéaire - Problème d'Euler - Notion de bifurcation d'équilibre - Notion d'élancement - Étude de la stabilité de la colonne d'Euler - Influence de l'élancement
- Chargement excentré

- Chargement excentré de la colonne d'Euler - Étude de la rupture d'une section - Comportement de la colonne au premier ordre - Étude de la colonne au second ordre - Étude du comportement de la colonne - Étude de la rupture de la colonne
- Calcul en grandes déformations
- Modification des hypothèses - L'élastique d'Euler - Mise en équation du problème - Résolution - Capacité porteuse de la colonne - Étude de la déformée - Généralisation - Compléments sur la stabilité des équilibres fléchis
- Extension au cas d'une charge excentrée
- Relations fondamentales - Mise en équation - Utilisation pratique des formules

3) Problème général de la stabilité de forme des structures

- Position du problème général
- Étude au premier ordre - Conséquence de l'abandon de l'hypothèse des petites déformations - Calcul au second ordre et calcul en grands déplacements
- Critère de stabilité
- Théorème de l'énergie cinétique - Parallèle avec la statique classique - Généralisation du théorème de Lejeune-Dirichlet
- Résolution pratique des problèmes de stabilité
- Méthodes de résolution - Facteur de chargement

4) Détermination des points de bifurcation d'équilibre

- Premier exemple : étude de la stabilité d'un mât pesant
- Deuxième exemple : étude d'une colonne d'inertie variable
- Étude de la loi d'inertie - Mise en équation - Première application $n=2$ - Deuxième application $n=4$
- Cas particulier des poutres de section constante sans charges normales réparties
- Détermination de la charge critique d'une colonne
- Mise en équation - Colonne biarticulée - Colonne cantilever - Colonne encastrée en pied et articulée en tête - Colonne bi-encastrée - Colonne bi-encastrée avec déplacement horizontal libre
- Notion de longueur de flambement - Effet d'un rappel élastique en tête
- Deuxième exemple d'application de la méthode
- Structure étudiée et mise en équation - Résolution directe - Application de la méthode du déterminant

5) Méthode de l'énergie

- Rappel des résultats connus
- Théorème de Lejeune-Dirichlet - Signification de la différentiation - Travail de déformation - Mise en évidence du principe de la méthode sur des exemples - Colonne cantilever - Généralisation au cas d'une colonne rectiligne quelconque
- Généralisation de la méthode
- Travail des forces extérieures - Forme définitive - Utilisation pratique de la méthode
- Méthode de RITZ

6) Méthode des itérations successives

- Structures isostatiques
- Principe de la méthode - Exemple pratique - Calcul en déplacement total et en accroissement de déplacement - Accélération de la convergence - Évaluation de la charge critique - Couplage avec la méthode de l'énergie - Extension aux structures hyperstatiques
- Système hyperstatique élémentaire
- Solution du problème au premier ordre - Mise en évidence d'un algorithme erroné de calcul au premier ordre - Calcul itératif correct au second ordre - Mise en évidence d'un autre algorithme incorrect
- Généralisation
- Rappel de la formalisation générale de la méthode des forces - Principe de la méthode de calcul itérative des effets du second ordre - Ordinogramme du calcul

- Calcul en grands déplacements
 - Étude d'une colonne isostatique rectiligne - Autre méthode d'intégration - Colonnes non rectilignes - Limitations apportées aux résultats - Méthode incrémentale

7) Méthode des déplacements

- Exemple élémentaire
 - Problème posé - Évaluation approchée de la matrice de rigidité de la colonne - Utilisation de ces premiers résultats - Détermination de la matrice de rigidité exacte
- Généralisation
 - Détermination de la matrice exacte d'une colonne sans charge axiale
 - Définitions – Résolution - Conditions aux limites - Achèvement du calcul
- Estimation approchée de la matrice de rigidité
 - Fonction de déplacement – Intégration – Inversion - Achèvement
- Conclusions

COMPÉTENCES VISÉES

Bloc 3 : Calculer, modéliser et déterminer les sollicitations dans une structure

Donner les bases théoriques fondamentales pour la bonne appréhension des phénomènes et le bon choix des stratégies de conception et de calcul

PRÉREQUIS :

- Connaissances mathématiques attendues d'un ingénieur
- Connaissances de RdM acquises en début d'année