

Code	A001
Intitulé	Résistance de matériaux
Responsables	A. Scaramozzino / F.B. Cartiaux / D. Vié
Équipe enseignante	F.B. Cartiaux / T. Eynaud / Z. Hajar / Ph. Lacroix / E. Saad / P. Mugnier / D.H. Nguyen / N. Robert / J. Sammut / M. Triquet / A. Scaramozzino / D. Vié
Durée	126 h (CM : 39 h – TD : 27 h – TDI : 60 h) + Exam : 9 h
Évaluation	3 tests de 3h chacun

## PRÉSENTATION

La conception des structures de bâtiment et d'ouvrages de génie civil doit tenir compte de multiples exigences et d'un grand nombre de contraintes d'origine fonctionnelle ou naturelle. Les exigences fondamentales de sécurité sont fixées par des textes réglementaires ou normatifs. Il en va de même pour certaines contraintes d'origine fonctionnelle (par exemple charges d'exploitation) ou naturelle (par exemple influences de l'environnement, actions climatiques, évolution des propriétés des matériaux).

L'étude et le dimensionnement de la structure nécessitent le recours à des modèles : modèles des actions, modèles de comportement des matériaux et de produits, modèles d'analyse structurale. Ces derniers modèles peuvent être de complexité variable selon la structure étudiée.

La résistance des matériaux traditionnelle fournit des modèles d'analyse structurale, et les plus élémentaires d'entre eux sont suffisants dans la plupart des cas : ce sont les modèles de poteaux, de barres biarticulées, de poutres (poutres droites ou courbes, à section pleine ou à parois minces) et de certaines plaques de géométrie particulière.

Le cours de résistance des matériaux est complété par des cours de dynamique, d'instabilité et de modélisation des structures.

## OBJECTIFS

Le cours de résistance des matériaux dispensé au CHEC n'est pas un cours d'initiation. Même si quelques rappels élémentaires sont parfois utiles, il s'agit d'un cours de perfectionnement s'adressant à des jeunes gens possédant déjà un diplôme d'ingénieur ou universitaire, en vue de compléter leur formation initiale : perfectionnement dans l'étude des contraintes dues à l'effort tranchant et à la torsion dans les poutres à parois minces, perfectionnement dans l'analyse structurale statique par la méthode des forces et la méthode des déplacements. Certes, il est rare que l'on se livre, dans les entreprises et les bureaux d'ingénierie, à de savants calculs manuels. Au-delà d'un approfondissement des connaissances en matière de fonctionnement des structures, il s'agit d'acquérir une compréhension correcte du développement des contraintes dans les éléments structuraux, et une appréciation intuitive du cheminement des efforts dans les systèmes plans et spatiaux et de la déformation géométrique des structures du fait des efforts qu'elles subissent.

## CONTENU

Le cours comporte deux phases :

- une première phase de rappels pendant les trois premières semaines. Il s'agit de cours et d'applications qui ont pour but de rappeler les bases de la théorie des poutres.
- puis une deuxième phase de perfectionnement avec des cours hebdomadaires et des travaux dirigés à raison de 20 séances de 3 heures.

## Phase 1 - 13 séances de cours

### 1) Mécanique du solide (2 séances)

- Aux sources de la RDM
- Corps solide sur appuis élastiques

### 2) Structures réticulées (3 séances)

- Equations d'équilibres méthodes des nœuds et méthode des coupures
- Calcul des déplacements
- Résolution des structures hyperstatiques.

### 3) Poutres droites de section constante (4 séances)

- Hypothèse des sections planes ;
- Efforts internes ;
- Calcul des déplacements ;
- Résolution des systèmes hyperstatiques.

### 4) Applications (4 séances)

- Poutres continues (équation des trois moments, méthode des foyers) ;
- Cadres et portiques.

## Phase 1 - 9 séances d'application

### 5) Caractéristiques géométriques des sections

- Rappel des principaux résultats pour le calcul des caractéristiques mécaniques des sections.

### 6) Théorie des poutres

- Rappels des principaux résultats : contraintes dues à l'effort normal ; déformations
- Rappels des principaux résultats : effets thermiques, flexion, contraintes, équations d'équilibre, flexion composée, noyau central en compression excentrée, axe neutre.

### 7) Poutres droites isostatiques

- Équations de Bresse.
- Rappels sur la déformation élastique des poutres

### 8) Théorie du potentiel interne. Théorème de Castigliano

- Poutres hyperstatiques à une travée.
- Applications élémentaires du théorème de Castigliano : calculs de déplacements (poutres isostatiques, droites ou courbes). Variantes de la poutre hyperstatique à une travée

### 9) Poutres continues (2 séances)

- Équation des trois moments. Méthode des foyers.
- Lignes d'influence. Déformations des poutres continues

### 10) Méthode des forces ou des coupures. Intégrales de Mohr

### 11) Calcul des ossatures et des systèmes réticulés à l'aide de la méthode des forces (2 séances)

## Phase 2 – 20 séances d'applications avec cours intégré

### 1) Théorie de l'élasticité (2 séances)

- Hypothèses, comportement des matériaux usuels, analyse des déformations et des contraintes - Loi de Hooke - Résolution des problèmes d'élasticité tridimensionnelle. Élasticité plane. Énergie potentielle d'un milieu continu élastique. Représentation de Mohr des contraintes.
- Équilibre d'un liquide - Étreinte d'un cube en béton - Barre verticale dans le champ de pesanteur - Barrage triangulaire - Contraintes et déformations dans un disque en rotation rapide
- Cercles de Mohr : Notion de courbe intrinsèque
- Application détaillée de la représentation de Mohr aux poutres en BA et BP (contraintes principales, fissuration), exercice de recherche de contraintes principales - Cercles de Mohr et théorie de Rankine

### 2) Rappel des équations différentielles élémentaires des poutres

- Théorie élémentaire de l'effort tranchant dans les poutres à section pleine. Propriétés des contraintes tangentes. Section réduite, énergie de déformation, déformation d'effort tranchant. Exemple traité : section rectangulaire.
- Poutre-console constituée de planches
- Cisaillements et section réduite : section triangulaire et circulaire
- Poutre sur sol infiniment rigide (pour illustrer le problème de la déformabilité d'effort tranchant)

### 3) Étude de l'effort tranchant dans les poutres à parois minces (2 séances)

- Définition de l'aire sectorielle. Propriétés, autres grandeurs sectorielles. Flux de cisaillement d'effort tranchant dans une section mince ouverte : application de la théorie élémentaire de l'effort tranchant. Centre de cisaillement
- Détermination pratique du centre de cisaillement : méthode directe et méthode sectorielle. Cas évidents
- Section en I : détermination du flux de cisaillement sous  $V_z$  et  $V_y$ , puis du centre de flexion par la méthode directe et la méthode sectorielle
- Section en U : détermination du centre de cisaillement par la méthode directe
- Section en Z : calcul du flux de cisaillement
- Section circulaire ouverte : centre de cisaillement par méthode sectorielle et méthode directe
- Section de l'aérotrain : centre de cisaillement par méthode directe et méthode sectorielle
- Théorie de l'effort tranchant dans les sections fermées multicellulaires. Formulation générale.

### 4) Effort tranchant dans les sections minces fermées

- Mise en évidence du centre de cisaillement dans le cas particulier des sections unicellulaires : notion de fonction sectorielle, formules de changement de pôle.
- Détermination du centre de cisaillement dans un caisson unicellulaire sous l'effet de  $V_y$  (méthode directe et méthode sectorielle)
- Calcul des cisaillements dus à  $V_z$  dans une section bi-tubulaire à 3 âmes

### 5) Introduction à l'effet Résal

- Poutre de hauteur linéairement variable
- Effet Résal dans les ponts de hauteur variable.

### 6) Torsion pure libre et uniforme dans les poutres à section pleine

- Rotation relative des sections les unes par rapport aux autres. Propriétés des contraintes de cisaillement Équation d'équilibre des poutres en torsion.
- Cas des sections circulaires - moment d'inertie de torsion.
- Gauchissement dans le cas général. Énergie potentielle. Formule de fermeture des contraintes.

### 7) Torsion

- La tache de colle
- Sollicitations dans une poutre coudée spatiale
- Cas des sections rectangulaires allongées. Somme des moments d'inertie de torsion.
- Torsion pure libre et uniforme dans les poutres à parois minces ouvertes. Loi du gauchissement des sections ouvertes.
- Torsion dans les poutres à parois minces à section fermée unicellulaire : formules, précision de la théorie élémentaire, gauchissement.
- Cas général : calcul des cisaillements dans les sections multicellulaires.
- Calcul du moment d'inertie de torsion d'une section bi-tubulaire

### 8) Torsion gênée des profils minces ouverts - Flexion transversale d'une poutre à parois minces

- Aspects physiques, contraintes normales, centre de torsion, contraintes de cisaillement secondaires, paradoxe. Équation différentielle de la torsion gênée. Solution générale. Conditions aux limites. Notion de bimoment.
- Flexion transversale du pont-canal
- Flexion transversale du caisson de section carrée

### 9) Les matrices-transfert

- Expression générale pour une poutre droite avec chargement quelconque. Traitement des charges concentrées et des appuis élastiques. Utilisation des matrices-transfert pour le calcul des poutres à une travée, conditions aux limites.
- Utilisation pour le calcul des poutres sur appuis élastiques. Équation des poutres sur sol élastique - Détermination de leur matrice-transfert. Applications des matrices-transfert au calcul des fondations et des écrans de soutènement.
- Poutre simplement appuyée, avec appui élastique et charge concentrée à l'extrémité
- Pieux en sol élastique

### 10) Équations canoniques de la méthode des forces avec liaisons élastiques. Effets thermiques dans les poutres

- Poutre sur appui simple à gauche et appui élastique à droite, charge concentrée en son milieu. Calcul du déplacement sous la charge et au droit de l'appui élastique.
- Poutre à deux travées avec appui central élastique et charge uniformément répartie.
- Déformation d'une poutre isostatique. Calcul des déplacements dans un système hyperstatique. Méthode des forces et calcul des déplacements avec effets thermiques.
- Poutre encastrée-simplement appuyée, soumise à un gradient thermique linéaire.

### 11) Méthode des forces

- Poutre à trois travées avec deux appuis intermédiaires élastiques et charge uniforme sur une travée de rive : calcul des moments puis du déplacement vertical au droit de l'un des appuis élastiques
- Poutre bi-encastrée avec gradient thermique, puis poutre encastrée-appuyée (appui fixe en fibre inférieure) avec gradient thermique : calcul du moment hyperstatique et de la déformée
- Portique avec montant encastré et traverse sur appui mobile. Gradient thermique. Calculer le déplacement du nœud

### 12) Méthode des forces. Généralités sur les arcs (2 séances)

- Arc demi-circulaire avec appui élastique et charge répartie uniformément selon la corde, puis effets thermiques - Centre élastique des arcs - Portique encastré-articulé avec charge uniformément répartie sur la traverse. Calculer le déplacement horizontal de ladite traverse
- Portique bi-encastré soumis à un déplacement de la base d'un montant puis à un gradient thermique dans la traverse. Lever l'indétermination statique avec trois rotules : calculer le déplacement vertical du milieu de la traverse
- Déformation d'un anneau suspendu soumis à une charge  $Q$  verticale
- Anneau circulaire soumis à son poids propre

**13) Structures spatiales**

- Poutre coudée à 3 branches et charge verticale en son extrémité : calcul du déplacement sous la charge Demi-anneau plan encastré en flexion et libre en torsion soumis à une force perpendiculaire à son plan : calcul du déplacement - Deux poutres croisées avec charge uniforme sur la moitié d'une des poutres

**14) Précontrainte et résistance des matériaux**

- Effets de la précontrainte dans une poutre à deux travées : câble rectiligne et câble dévié - articulation sur appui central, coupure ou non coupure du câble
- Ponts construits en encorbellement : effets du clavage dans un pont construit par encorbellements successifs : pont à quatre travées avec précontrainte de continuité trapézoïdale.
- Ponts poussés : poutre semi-infinie avec moment en tête, puis charge uniforme et enfin précontrainte non centrée

**15) Méthode manuelle des déplacements**

- Exposé de la méthode
- Poutre encastrée-articulée avec charge uniforme sur sa seconde moitié. Prise en compte d'un appui élastique en son milieu. Effets d'un gradient thermique
- Portique avec un montant et une traverse chargée par une charge concentrée
- Portique avec deux montants, une articulation et une charge uniformément répartie sur la traverse supérieure - mise en équation

**16) Méthode manuelle des déplacements**

- Effets de gradients thermiques dans la poutre à 2 travées encastrée à l'origine et dans le portique à un seul montant et une traverse
- Poutre à deux travées avec encastrement à l'origine, charge concentrée et couple concentré au milieu de la première travée

**17) Méthode matricielle des déplacements**

- Étude matricielle d'une potence articulée
- Étude d'une potence à trois barres avec élévation de température, puis élaboration de la matrice de rigidité d'une poutre fléchie

**COMPÉTENCES VISÉES :**

**Bloc 3 : Calculer, modéliser et déterminer les sollicitations dans une structure**

En particulier :

- Analyser le cheminement des efforts dans la structure
- Évaluer les actions et déterminer la descente de charges
- Prédimensionner par les approches traditionnelles de l'ingénieur
- Calculer des sollicitations dans les éléments d'infrastructure et de superstructure

**PRÉREQUIS**

Connaissance et compréhension de la statique  
Calcul vectoriel et matriciel